

Практическая работа
по подготовке к экзамену.
Тема: **Вычисление неопределенного интеграла.**

Задание 1.

Вычислить интегралы:

1. $\int x^6 dx$; 2. $\int x^{21} dx$; 3. $\int x^{-5} dx$; 4. $\int x^{-1} dx$;
5. $\int \frac{dx}{x^3}$; 6. $\int \frac{dx}{x^{-6}}$;

Задание 2.

Используя первое правило интегрирования вычислить интегралы:

1. $\int 6 dx$; 2. $\int 2 \sin x dx$; 3. $\int \frac{1}{2} \cos x dx$; 4. $\int \frac{6 dx}{\sin^2 x}$;
5. $-\int \sqrt{x} dx$; 6. $\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx$;

Задание 3.

Используя второе правило интегрирования вычислить интегралы:

1. $\int (3x^2 + 4x^3 + 2) dx$; 2. $\int (\frac{1}{\cos^2 x} + \cos x - x) dx$;
3. $\int (\frac{1}{x} + e^x) dx$; 4. $\int (-\frac{1}{x^5} + x^3) dx$;
5. $\int (\frac{1}{4\sqrt{x}} - \frac{2}{x^2}) dx$

Задание 4.

Вычислить интегралы:

1. $\int (x - 3)^3 dx$; 2. $\int (7x - 4)^2 dx$; 3. $\int \frac{2}{\sqrt{x+1}} dx$;
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}}$; 5. $\int \sin 8x dx$; 6. $\int e^{5x-3} dx$;
7. $\int \frac{1}{\cos^2 2x} dx$;

Задания для самоконтроля:

1. $\int (3 \sin x - 4x) dx$;
2. $\int 3(x^5 + 2) dx$;
3. $\int \sqrt{2x - 5} dx$;
4. $\int (\frac{3 dx}{2 \cos^2 x} + 2x) dx$;
5. $\int ((2x - 1)^6) dx$;
6. $\int \sqrt{5x + 3} dx$.

Практическая работа
по подготовке к экзамену.
Тема: Вычисление определенного интеграла.

Задание 1.

Вычислить интегралы:

1. $\int_2^4 x^2 dx$; 2. $\int_{-2}^3 x^4 dx$; 3. $\int_2^4 x^{-5} dx$; 4. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^4} dx$;

Задание 2.

Вычислить интегралы, используя первое правило:

1. $\int_{-2}^1 7x^6 dx$; 2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \sin x dx$; 3. $\int_{-2}^3 \frac{4dx}{x^2}$;

Задание 3.

Используя второе правило интегрирования вычислить интегралы:

1. $\int_{-1}^1 (x + x^9) dx$; 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \cos x \right) dx$;
3. $\int_0^1 \left(9x + e^x - \frac{1}{x^2} \right) dx$

Задание 4.

Вычислить интегралы:

2. $\int_2^3 (3x - 1)^3 dx$; 2. $\int_2^4 (3x + 4)^5 dx$; 3. $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$;
4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin(3x + 1) dx$; 5. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx$;

Задание 5.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^3 + 1$; $y = 0$; $x = -2$; $x = 2$;
2. $y = x^2 - 2x + 2$; $y = x + 2$.
3. $y = x^2$ и $y = 9$; $x = 0$.

Задания для самоконтроля:

Вычислить интегралы:

1) $\int_{-2}^2 (2x^3 - 3) dx$;
2) $\int_0^4 (x - x^3 + 1) dx$;
3) $\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{4x}} dx$;
4) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x-1}}$;
5) $\int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx$.

6) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = -x^2 + 4$ и $y = 0$; $x = 0$;
 $y = x^2$ и $y = 4$; $x = 0$.

Практическая работа
по подготовке к экзамену.
Тема: Применение производной функции.

Задание 1. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = \frac{1}{5}(3x - 1)^5$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Задание 2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

Задание 3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

Задание 4. Тело движется по закону $x(t) = 2t^2 - 3t - 3$. Найдите скорость и ускорение в момент времени t , в какой момент времени тело остановится. Чему равно ускорение в момент времени 2 с.?

Задание 5. Тело движется по закону $x(t) = \sin 3t$. Найдите скорость тела в момент времени $t = \frac{\pi}{3}$.

Задание 6. 1) Дана функция: $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. Найдите ее критические точки.

2) Дана функция: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3$. Найдите ее критические точки.

Задание 7. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

1. $f(x) = 0,5x^4 - x^2$.

2. $f(x) = \sqrt{3x - 2}$.

3.

Задание 8. Найдите точки экстремума функции:

1. $f(x) = x^2 - 4x$;

2. $f(x) = 4 - x^2 - x$;

3. $y = 3x - x^3 + 3$.

Задания для самоконтроля.

1. Найти угловой коэффициент касательной проведенной к кривой $y = \sqrt{x} - 2 + 3x^3$ в точке касания $M(1;1)$.

2. Составить уравнение касательной проведенной к кривой $y = x^3 - 2x + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

3. Найти тангенс угла наклона касательной проведенной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0.1$

4. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 + t^2 - 5$. Найти скорость в момент времени $t = 2$. В какой момент времени тело остановится.

5. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^4 + 4t^3 - 1$. Найти ускорение в момент времени $t = 1$.

6. Найдите точки экстремума функции $y = 3x - x^3 + 3$.

7. Найдите производные сложных функций:

1. $f(x) = (4x - 3)^5$;

2. $f(x) = \sin(3x - 2)$;

3. $f(x) = e^{4x} - 2\ln 2x$;

4. $f(x) = \sqrt{3x - 4} \cdot (2x - x^3)$;

5. $f(x) = \frac{\cos 3x}{e^{3x-1}}$;

Практическая работа
по подготовке к экзамену.
Тема: Вычисление производной функции.

Задание 1.

Применяя формулы вычисления производной вычислить производные следующих функций:

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 1.1 $y = (2x - 3);$ | 1.2 $y = (3x + \frac{1}{2});$ | 1.3 $y = (-2 + 3x);$ |
| 1.4 $y = (\frac{x}{3} + 4)$ | 1.5 $y = x^{15};$ | 1.6 $y = x^{-4}$ |
| 1.7 $y = \frac{1}{7}x^7;$ | 1.8 $y = 2x^4;$ | 1.9 $y = 2x^{-3};$ |
| 1.10 $y = \frac{1}{x};$ | 1.11 $y = \frac{3}{x^6};$ | 1.12 $y = \frac{5}{x^3};$ |

Задание 2: Найдите производные функций, применяя первое правило дифференцирования: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

- 1) $f(x) = x - 0,5x^8 + x^3$
- 2) $f(x) = 2x - x^2 + \frac{1}{3}x^3;$
- 3) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 3\sqrt{x} + 3;$
- 4) $f(x) = \sin x + \operatorname{tg} x;$
- 5) $f(x) = \cos x - 3x + 0,1;$

Задание 3: Найдите производные функций, применяя второе правило дифференцирования: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

- 1) $f(x) = x^3 \cos x.$
- 2) $f(x) = e^x \cdot \ln x;$
- 3) $f(x) = \sin x \cdot (x - 2);$
- 4) $f(x) = e^x \cdot (x^5 - 5);$
- 5) $f(x) = (3x - 2) \cdot \cos 6x.$

Задание 4: Найдите производные функций, применяя третье правило дифференцирования: $(\frac{f}{g})' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

- 1) $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1};$
- 2) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2};$
- 3) $f(x) = \frac{e^x}{2x+1};$
- 4) $f(x) = \frac{\sin x}{3x+1};$
- 5) $f(x) = \frac{2x+1}{x};$

Задание 5: Найдите производные сложных функций.

- 1) $f(x) = \sqrt{5x + 2};$
- 2) $f(x) = (2x - 3)^6;$
- 3) $f(x) = \cos(4x + \pi);$
- 4) $f(x) = (6x - 1) \cdot \sin 6x.$
- 5) $f(x) = \frac{\cos^3 x}{x^2}.$

Задания для самоконтроля: Найдите производные функций

- 1) $f(x) = 2x^4 - x + 4;$
- 2) $f(x) = 2\sin x \cdot e^x;$
- 3) $f(x) = \frac{3x+2}{x^3};$
- 4) $f(x) = (3x + 2)^5;$
- 5) $f(x) = (5x - 2) \cdot \cos 5x.$

Решить уравнение

а) $3(x - 2) - 5 = 4 - (5x - 1)$; б) $|2x - 3| = 5$;

в) $7 - 2(3 - x) = 4(x - 1) + 5$; г) $|4 - 3x| = 2$.

а) $\frac{3x+1}{5} = 2 - \frac{4(x-3)}{15}$; б) $\left| \frac{x-3}{2} + 5 \right| = 4$;

в) $1 - \frac{x-3}{2} = x - \frac{3(5-2x)}{7}$; г) $\left| 1 - \frac{x+2}{3} \right| = 5$.

а) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$;

б) $\sqrt{x^2 - 16} = x^2 - 22$;

в) $\sqrt{17 + 2x - 3x^2} = x + 1$;

г) $\sqrt{x^2 + 9} = x^2 - 11$.

а) $\sqrt{x+17} - \sqrt{x-7} = 4$;

б) $12\sqrt{x-1} - \sqrt[4]{x-1} = 3$;

в) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-2} = 9$;

г) $2\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[6]{x+1} = 6$.

а) $\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{2+x}} + \sqrt{2+x} = 0$;

б) $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 2 = 0$;

в) $\frac{x - \sqrt{x+5}}{x + \sqrt{x+5}} = \frac{1}{7}$;

г) $\sqrt[3]{3x+1} - \sqrt{3x+1} = 0$.

Решить неравенство

а) $\frac{x-1}{2} + x < 1,5x + 3,5$;

б) $\frac{5x-2}{3} - \frac{3-x}{2} > 1$;

в) $x - 4(3 - x) \geq 2x + 7$;

г) $3 + \frac{2-3x}{4} \leq 2x$.

а) $|4x - 3| < 5$;

б) $|2x + 5| \geq 1$;

в) $\frac{|x-7|}{3} \leq 2$;

г) $4|2 - x| \leq 12$.

а) $\frac{|2x-3|}{x} > 0$;

б) $\frac{x+2}{|x+4|} \leq 0$;

в) $(x - 4)|5 - 3x| < 0$;

г) $|2x + 7|(3 - x) \leq 0$.

а) $\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$;

б) $\sqrt{(x-2)(1-2x)} > -1$;

в) $\sqrt{x^2 - 16} \geq 1$;

г) $(\sqrt{x} - 3)(x^2 + 1) > 0$.

а) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} > 3$;

б) $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x^2 + x + 1} > 0$;

Решить систему

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = -1, \\ 5x + 4y = 1; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 7, \\ 2x - 3y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{13}{6}, \\ x + y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = 2, \\ (x-1)^2 + y^2 = 1; \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4, \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 8, \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 19; \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6, \\ x - y = 12; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 9y = 12, \\ 4x - 12y = 16; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 5x - 8y = 0, \\ x - 1,6y = 1. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 - y^3 = 7; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 15; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} \sqrt{xy} = 12, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 7, \\ xy = 9; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} xy = 64, \\ x - y + \sqrt{xy} = 20. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9^{x+y} = 729, \\ 3^{x-y-1} = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{5})^{x-y} = 25, \\ 2^{6y-x-1} = 1; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2^x - 2^y = 16, \\ x + y = 9; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 3^x + 3^y = 28, \\ x - y = 3. \end{cases}$$